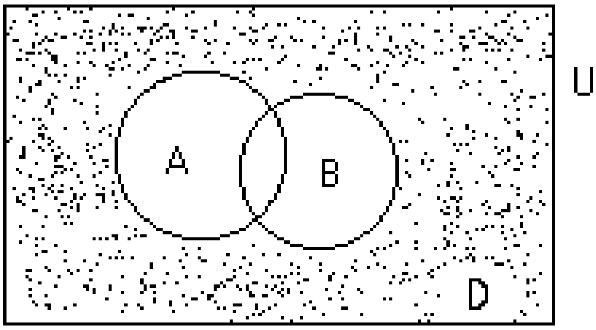
Решения задач по теме «Множества и операции над ними»

1. **В группе из *70* студентов *55* человек знают английский язык, *18* знают французский язык и *13* человек знают оба языка. Сколько студентов в группе не знают ни английского, ни французского языка?**

Решение задачи:

Обозначим: U – универсальное множество, т.е. множество всех студентов,
A – множество студентов, знающих английский язык,
B – множество студентов, знающих французский язык.

Проиллюстрируем:



Необходимо найти количество студентов, не знающих ни одного языка, т.е. количество элементов множества **D = U \ (A∪B)** (на рисунке заштриховано).

Дано (по условию): m(U) = 70 (чел.)
m(A) = 55 (чел.)
m(B) = 18 (чел.)
m(A∩B) = 13 (чел.)
Найти: ` m(D) = m(U) – m(A∪B) - ?

Решение: Используя формулу, находим количество студентов, знающих хотя бы один язык:

m(A∪B) = m(A) + m(B) – m(A∩B) = 55 + 18 - 13 = 60, ⇒

количество студентов, не знающих ни одного языка:

m(D) = m(U) - m(A∪B) = 70 – 60 = 10 (чел.)

Ответ: 10 чел.

Аналогично решить задачи № 2, 3, 4.

2. Исследуется текст из ***40*** предложений, в котором ***30*** предложений содержат местоимение «**я**», ***27*** предложений содержат местоимение «**он**» и только ***пять*** предложений не содержат ни того, ни другого. Сколько предложений содержат оба местоимения?

3. ***20*** студентов сдавали экзамены. При этом ***пятеро*** сдавали экзамен по английскому языку, ***восемь*** – по немецкому, а ***10*** – только экзамен по истории. Сколько студентов сдавали экзамен по английскому языку, но не сдавали по немецкому? Сколько студентов сдавали два экзамена? *(Сформулируйте эту задачу как лингвистическую, например: анализ наличия 2 предлогов в предложениях; и в общем виде, используя понятия: множество, подмножества и их элементы)*

4. Для подготовки к зачету каждому студенту на курсе необходимо перевести хотя бы одну публицистическую статью. Было выбрано 57 газетных статей и 36 журнальных. Сколько студентов на курсе, если 12 человек выбрали и газетную, и журнальную статьи?

5. **В олимпиаде по иностранному языку принимало участие 40 студентов, им было предложено ответить на один вопрос по лексикологии, один по страноведению и один по стилистике. Результаты проверки ответов представлены в таблице:**

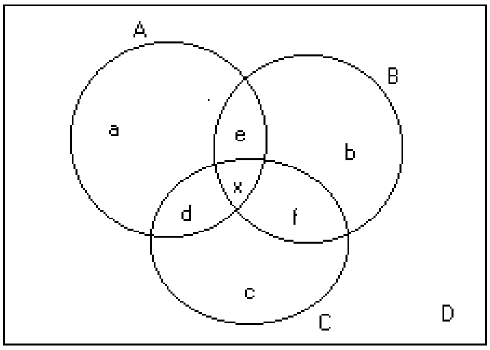
Получены правильные ответы на вопросы	Колич-во ответивших
по лексикологии	20
по страноведению	18
по стилистике	18
по лексикологии и страноведению	7
по лексикологии и стилистике	8
по страноведению и стилистике	9

Известно также, что трое не дали правильных ответов ни на один вопрос. Сколько студентов правильно ответили на все три вопроса? Сколько студентов правильно ответили ровно на два вопроса?

Решение задачи:

Обозначим:
U – универсальное множество, т.е. множество всех студентов,
A – множество студентов, правильно ответивших на вопросы по лексикологии,
B – множество студентов, правильно ответивших на вопросы по страноведению,
C – множество студентов, правильно ответивших на вопросы по стилистике,
D - множество студентов, не давших ни одного правильного ответа.

Проиллюстрируем:



Дано (по условию): $m(U) = 40$ (чел.) $m(D) = 3$ (чел.)
$m(A) = 20$ (чел.) $m(A\cap B) = 7$ (чел.)
$m(B) = 18$ (чел.) $m(A\cap C) = 8$ (чел.)
$m(C) = 18$ (чел.) $m(B\cap C) = 9$ (чел.)

Найти: 1) $m(A\cap B\cap C)$ - ? 2) сколько студентов ответили ровно на 2 вопроса?

Решение:

1) Пересечение трех множеств разбивает универсальное множество на классы, т.е. на попарно непересекающиеся непустые подмножества. Обозначим число элементов в каждом классе маленькими латинскими буквами (см. рисунок). Можно проверить (и доказать!), что

$$\mathbf{m(A\cup B\cup C) = m(A) + m(B) + m(C) - m(A\cap B) - m(A\cap C) - m(B\cap C) + m(A\cap B\cap C)}$$

Очевидно, что $\mathbf{m(A\cup B\cup C) = m(U) - m(D)} = 40 - 3 = 37$

Подставив в формулу известные данные, получим:

$37 = 20 + 18 + 18 - 7 - 8 - 9 + m(A\cap B\cap C)$ ➔ $m(A\cap B\cap C) = 5$

Итак, на три вопроса ответили 5 студентов

2) Чтобы найти количество студентов, правильно ответивших ровно на два вопроса, необходимо найти и сложить d, e, f:

$d + e + f = (8 - m(A\cap B\cap C)) + (7 - m(A\cap B\cap C)) + (9 - m(A\cap B\cap C)) = 3 + 2 + 4 = 9$

Ответ: 1) 5; 2) 9